



*Наукова робота представлена на здобуття премії Президента України  
для молодих вчених*

**Кодування дійсних чисел та  
патологічні локально складні об'єкти  
математичного аналізу**

# Симон СЕРБЕНЮК

науковий співробітник відділення організації наукової роботи відділу організації наукової діяльності та захисту інтелектуальної власності Харківського національного університету внутрішніх справ, заступник голови Наукового товариства студентів, курсантів, слухачів, аспірантів, ад'юнктів, докторантів і молодих вчених Харківського національного університету внутрішніх справ

## Web of Science

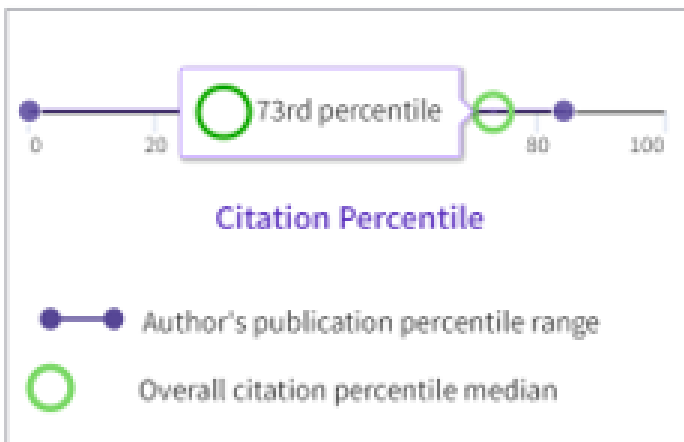
<https://www.webofscience.com/wos/author/record/65694>

### Profile summary

- 38 Total documents
  - 36 Publications indexed in Web of Science
  - 13 Web of Science Core Collection publications
  - 23 Preprints
- Web of Science Core Collection metrics

4  
H-Index

13  
Publications



## Scopus

<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57193491093>

## Serbenyuk, Symon O.

Kharkiv National University of Internal Affairs, Kharkiv, Ukraine 57193491093 Connect to ORCID View more

92 Citations by 17 documents | 20 Documents | 6 h-index View h-graph | View all metrics >

20 Documents | Author Metrics **New** | Cited by 17 documents | 25 Preprints | Co-Authors | 5 Topics


### Document & citation trends



# Google Scholar

<https://scholar.google.com/citations?user=ovuvus8AAAAJ&hl=en>



Symon Serbenyuk 

[Харківський національний університет внутрішніх справ](#) Kharkiv National University of Internal

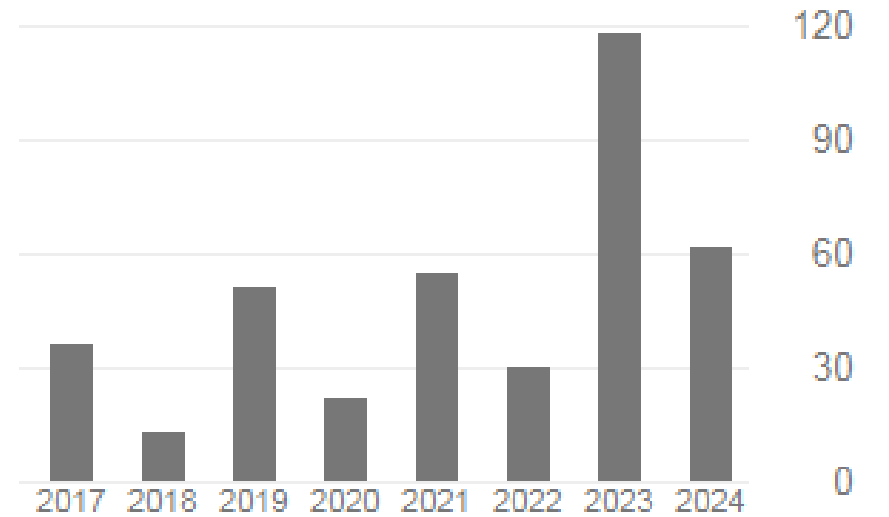
Verified email at univd.edu.ua - [Homepage](#)

Mathematics

Також автор роботи написав близько 300 рецензій/оглядів на статті у провідних світових наукових виданнях, включаючи рецензію на 1 книгу, для міжнародної наукометричної бази даних zbMATH Open (Zentralblatt MATH), визнаної МОН України, є членом Американського математичного товариства і написав близько 20 рецензій на статті для міжнародної наукометричної бази даних MathSciNet (Mathematical Reviews), визнаної МОН України.

Cited by

	All	Since 2019
Citations	399	341
h-index	11	11
i10-index	15	14



Co-authors

[EDIT](#)

No co-authors

Представлене дослідження присвячене моделюванню та вивченню узагальнень відомих систем кодування дійсних чисел, а також патологічних локально складних функцій та множин, розв'язуванню деяких класичних задач з тематики дослідження.

Отримано ряд нових результатів, які або не мають аналогів в світі, або є узагальненнями існуючих результатів у рамках наукових досліджень, започаткованих світовими класиками математики та продовжуваними їх послідовниками, зокрема щодо: відкритої задачі, сформульованої у 1869 році Г. Кантором, про встановлення необхідних і достатніх умов задання раціональних чисел у формі загального випадку рядів Кантора; моделювання і вивчення складних кодувань дійсних чисел, які є узагальненнями відомих; встановленню нових закономірностей щодо складних локальних властивостей і залежності розмірності Гаусдорфа певних фракталів та їх образів; моделюванню і дослідженню найпростіших прикладів сингулярних, недиференційованих, немонотонних функцій; узагальнень класичної сингулярної функції Салема; вивчення властивостей функції Мінковського тощо.



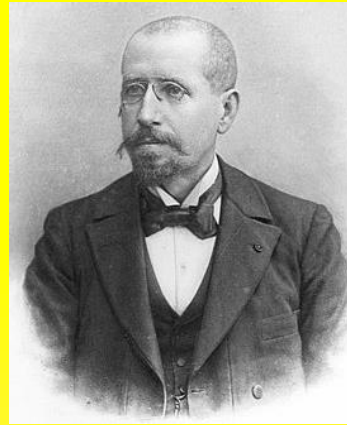
**Представлене дослідження виконане у рамках наукових досліджень,  
започаткованих, зокрема такими світовими класиками математичної науки:**



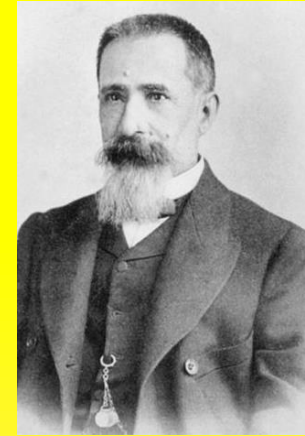
**Бернард Больцано**



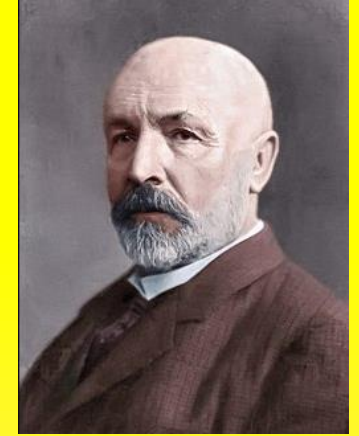
**Карл Теодор  
Вільгельм  
Веєрштрасс**



**Жан Гастон  
Дарбу**



**Уліс Діні**



**Георг Кантор**



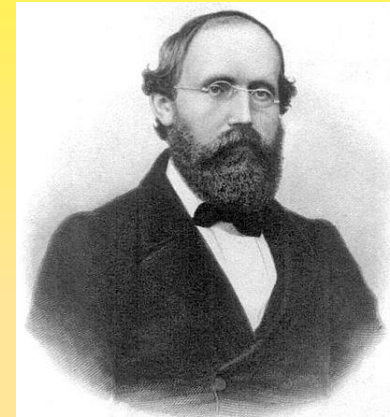
**Анрі Леон Лебег**



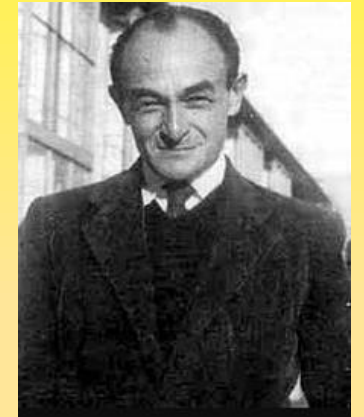
**Герман  
Мінковський**



**Альфред Реньї**



**Георг Фрідріх  
Бернгард Ріман**

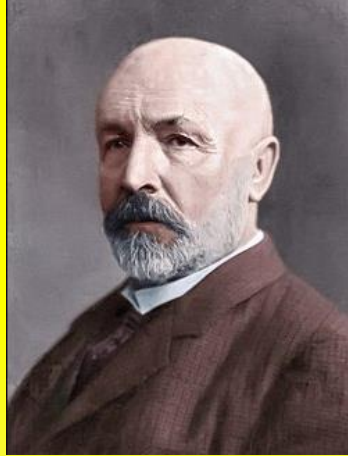


**Рафаель Салем**

# Основні групи отриманих результатів:

1. Отримано ряд нових результатів щодо розв'язання відкритої задачі Г. Кантора (формулювання та початок розгляду датуються 1869 роком у праці «Ueber die einfachen Zahlensysteme») щодо встановлення необхідних і достатніх умов задання раціональних чисел у формі розкладів в ряди Кантора, причому для загального випадку - без накладення обмежень на послідовності, які є визначальними для задання чисел. Відповідна проблема у монографії Я. Галамбоша «Representations of real numbers by infinite series» (1976 р.) фігурує як «четверта відкрита проблема».

Над вирішенням останньої працювали ряд дослідників із усього світу, зокрема: П. А. Діананда, А. Оппенгейм, П. Ердеш, Й. Ганчл, Е. Г. Штраус, П. Рукі, Р. Тідждеман, П. Кухапатанакул, В. Лаохакол, Ю. Пінджі та інші вчені. Переважна більшість їх результатів стосується умов раціональності/ірраціональності за умов певних частинних випадків рядів Кантора.



Георг Кантор

## Зокрема, автором роботи:

- Сформульовано і доведено необхідні та достатні умови задання раціональних чисел у формі розкладів у додатні, знакопочерешні та знакозмінні ряди Кантора для загального випадку, а саме - без накладення обмежень на послідовності, які є визначальними для задання чисел.
- Уперше в світі виведено та спрощено загальну формулу для знаходження значення кожної з нескінченної послідовності цифр раціонального числа, представленого рядом Кантора.
- Надано відповідь щодо істинності припущень, висловлених в одній із дискусій, опублікованій у згаданій раніше монографії «Representations of real numbers by infinite series», щодо вказаної відкритої проблеми.
- Окрему увагу також приділено і певним частинним випадкам рядів Кантора (визначено ряд закономірностей в розкладах раціональних чисел в термінах різних видів рядів Кантора), застосуванню змодельованого узагальненого оператора зсуву цифр представлення тощо.



2. Доведено, що класична сингулярна функція Мінковського не зберігає розмірності Гаусдорфа.

Остання функція була введена німецьким математиком Г. Мінковським у роботі «Zur Geometrie der Zahlen» (1905 рік), а дослідженням різноманітних її властивостей було присвячено чимало робіт ряду знаних в світі науковців, зокрема: Р. Салем, Г. Панті, Дж. Р. Кінні, Г. Алкаускас, П. Віадер, Дж. Парадіс, Л. Бібілоні та інші вчені.

Загальновідомо, що функція Мінковського є монотонною сингулярною функцією розподілу, але питання щодо збереження нею розмірності Гаусдорфа довільної підмножини відрізка  $[0,1]$  залишалось відкритим.



Герман  
Мінковський



3. Згенеровано нову одну з найпростіших із нині відомих в світі технік моделювання прикладів недиференційованих, немонотонних, сингулярних функцій. Досліджено властивості нових змодельованих функцій.

Зокрема, розглянуто приклади та вивчено властивості (диференціальні, інтегральні, фрактальні, графіка тощо) відповідних класів функцій у термінах трійкового, додатного і знакопочерезного  $q$ -представлень, салемівських розкладів. Виявлено ряд закономірностей.

Варто звернути увагу на факт, що спрямованість та нинішня тенденція щодо моделювання найпростіших прикладів відповідних функцій базується на дослідженнях таких класиків математичної науки, як: Б. Больцано, К. Вейєрштрасс, Ж. Г. Дарбу, У. Діні, Г. Ф. Б. Ріман, Р. Салем та інших вчених.

4. Змодельовано ланцюжок узагальнень класичного знакопочережного  $q$ -представлення дійсних чисел, інноваційними результатами в науці є, зокрема, поліосновні системи числення та складні кодування дійсних чисел, основою котрих у загальному випадку є нескінченновимірна матриця, елементи якої володіють певними властивостями та є, водночас, як додатними, так і від'ємними числами. Досліджено властивості відповідних розкладів (і звісно, деяких частинних випадків), зокрема встановлено умови, якими має володіти нескінченний набір параметрів задля існування чи нескінченної кількості таких розкладів для дійсних чисел. Вивчено метричні властивості відповідних розкладів тощо.

Як приклад наведемо найбільш загальний випадок досліджуваних кодувань:

Нехай  $\tilde{Q}$  — фіксована матриця, для котрої  $i = \overline{0, m_j}$ ,  $m_j \in \Theta_\infty^0 = \mathbb{N} \cup \{0, \infty\}$  і  $j = 1, 2, \dots$ , а також справедливою є наступна система властивостей:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^\circ. \quad \mathbb{R} \ni q_{i,j} > 0; \\ 2^\circ. \quad \forall j \in \mathbb{N} : \sum_{i=0}^{m_j} q_{i,j} = 1; \\ 3^\circ. \forall (i_j), i_j \in \mathbb{N} \cup \{0\} : \prod_{j=1}^{\infty} q_{i_j,j} = 0. \end{array} \right.$$

Нехай  $\mathbb{N}_B$  фіксована підпослідовність натуральних чисел,  $\rho_n = 1$  при  $n \in \mathbb{N}_B$  та  $\rho_n = 2$  при  $n \notin \mathbb{N}_B$  та

$$\tilde{Q}'_{\mathbb{N}_B} = \begin{pmatrix} (-1)^{\rho_1} q_{0,1} & (-1)^{\rho_1+\rho_2} q_{0,2} & \dots & (-1)^{\rho_{n-1}+\rho_n} q_{0,n} & \dots \\ (-1)^{\rho_1} q_{1,1} & (-1)^{\rho_1+\rho_2} q_{1,2} & \dots & (-1)^{\rho_{n-1}+\rho_n} q_{1,n} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots \\ (-1)^{\rho_1} q_{m_1-1,1} & (-1)^{\rho_1+\rho_2} q_{m_2-2,2} & \dots & (-1)^{\rho_{n-1}+\rho_n} q_{m_n,n} & \dots \\ (-1)^{\rho_1} q_{m_1,1} & (-1)^{\rho_1+\rho_2} q_{m_2-1,2} & \dots & & \dots \\ & (-1)^{\rho_1+\rho_2} q_{m_2,2} & \dots & & \dots \end{pmatrix}$$

фіксована матриця, для котрої  $n = 1, 2, \dots$ ,  $m_n \in \mathbb{N} \cup \{0, +\infty\}$ , а додатні елементи  $q_{i,n}$  ( $i = \overline{0, m_n}$ ) мають такі ж властивості, як і елементи матриці  $\tilde{Q}$ .

**Теорема.** Для довільного числа  $x \in [a'_0, a''_0]$  існує послідовність  $(i_n), i_n \in \{0, 1, \dots, m_n\}$  така, що

$$x = (-1)^{\rho_1} a_{i_1,1} + \sum_{n=2}^{\infty} \left( (-1)^{\rho_n} a_{i_n,n} \prod_{j=1}^{n-1} q_{i_j,j} \right)$$

за умови, якщо для всіх  $n \in \mathbb{N}$  виконуватиметься така система умов:

$$\begin{cases} q_{i_n,n} \left( 1 - \sum_{n < t \in \mathbb{N}_B} \left( a_{m_t,t} \prod_{r=n+1}^{t-1} \check{q}_{i_r,r} \right) \right) \leq q_{i_{n+1},n} \left( \sum_{n < t \notin \mathbb{N}_B} \left( a_{m_t,t} \prod_{r=n+1}^{t-1} \hat{q}_{i_r,r} \right) \right) & \text{для } n \in \mathbb{N}_B \\ q_{i_n,n} \left( 1 - \sum_{n < t \notin \mathbb{N}_B} \left( a_{m_t,t} \prod_{r=n+1}^{t-1} \hat{q}_{i_r,r} \right) \right) \leq q_{i_{n+1},n} \left( \sum_{n < t \in \mathbb{N}_B} \left( a_{m_t,t} \prod_{r=n+1}^{t-1} \check{q}_{i_r,r} \right) \right) & \text{для } n \notin \mathbb{N}_B, \end{cases}$$

де

$$\check{a}_{i_n,n} = \begin{cases} a_{m_n,n} & \text{if } n \in \mathbb{N}_B \\ a_{0,n} & \text{if } n \notin \mathbb{N}_B, \end{cases} \quad \check{q}_{i_n,n} = \begin{cases} q_{m_n,n} & \text{if } n \in \mathbb{N}_B \\ q_{0,n} & \text{if } n \notin \mathbb{N}_B, \end{cases}$$

та

$$\hat{a}_{i_n,n} = \begin{cases} a_{0,n} & \text{if } n \in \mathbb{N}_B \\ a_{m_n,n} & \text{if } n \notin \mathbb{N}_B, \end{cases} \quad \hat{q}_{i_n,n} = \begin{cases} q_{0,n} & \text{if } n \in \mathbb{N}_B \\ q_{m_n,n} & \text{if } n \notin \mathbb{N}_B. \end{cases}$$



5. Проведено тополого-метричний та фрактальний аналіз, зокрема й локальних властивостей, множин зі складними локальними властивостями. Зокрема:

- Досліджено множини, елементи яких представлені рядами Кантора спеціального виду і мають обмеження на вживання символів, виражені новою функціональною залежністю.
- Досліджено фрактальні властивості довільних множин, елементи яких представлені в термінах  $q$ - або нега- $q$ -представлення чи салемівського представлення і містять у своїх зображеннях лише комбінації цифр із фіксованого набору комбінацій цифр. Встановлено параметри, від яких залежить значення розмірності Гаусдорфа таких множин. Множин моранівського типу, але зі «своєрідними» локальними властивостями та певними закономірностями (зокрема, наборами параметрів, що впливають на значення їх розмірності Гаусдорфа).

- Досліджено тополого-метричні і фрактальні властивості, зокрема локальні властивості, фрактальних множин спеціального виду елементи яких представлені у термінах салемівського знакопочережного представлення. Множини у загальному випадку належать до класу несамоподібних фракталів.
- Згенеровано і доведено контрприклад, коли у загальному випадку самоподібний фрактал у салемівському додатному представленні втрачає самоподібну локальну структуру в термінах салемівського знакопочережного представлення.

Результати останніх пунктів уточнюють, доповнюють та деталізують наявну теорію, адже стосуються не лише складних локальних властивостей, а й відмінності фрактальних властивостей множин, що мають однакове аналітичне задання, але в термінах додатних і знакопочережних представлень дійсних чисел.

6. Розглянуто властивості змодельованих нових окремих прикладів фрактальних множин, а також функцій зі складною локальною структурою на основі деяких вивчених раніше у даній роботі об'єктів.

## 7. Побудова і вивчення узагальнень класичної сингулярної функції Салема:

- Змодельовано (з використанням класичного оператора зсуву символів зображення аргументу) та вперше досліджено класи узагальнень функції Салема, аргументи функцій з яких представлені в термінах зображень дійсних чисел зі змінним алфавітом та/або знакопочерезних розкладів, зокрема – нега- $\tilde{O}$ -представлення чисел, рядами Катора (додатними та знакопочерезними).
- З використанням змодельованого узагальненого оператора зсуву символів зображення аргументу та систем функціональних рівнянь згенеровано ще один клас узагальнень функції Салема для випадків представлення аргументу рядами Кантора, їх частинними випадками тощо, досліджено властивості відповідних функцій.

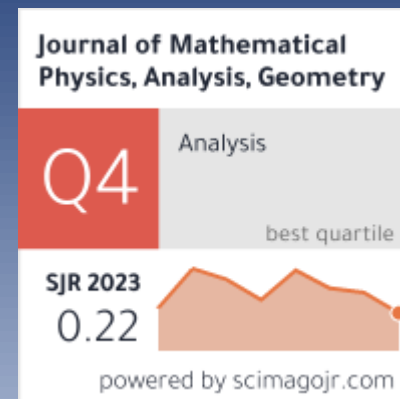
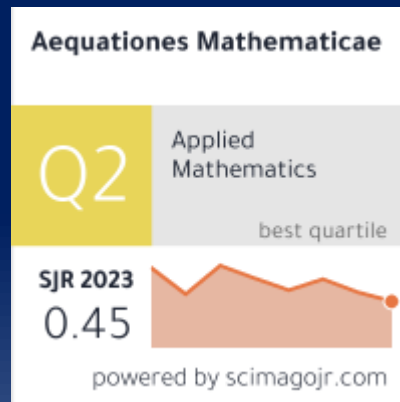
**Загалом, дана робота включає 56 праць, із яких:**

- 20 англomовних статей у провідних виданнях із Scopus/Web of Science (з 2017 року; 17 у зарубіжних виданнях);
- 2 англomовні статті в іноземних виданнях, що індексуються у визнаних Міністерством освіти і науки України міжнародних наукометричних базах даних (MathSciNet (Mathematical Reviews) та/або zbMATH Open (Zentralblatt MATH));
- 8 статей в українських фахових виданнях провідних ЗВО України;
- 16 тез доповідей на конференціях, 13 з яких міжнародні.

**Загальний обсяг статей у журналах в Scopus – 370 сторінок, із яких 5 статей обсягом не менше 25 сторінок. Усі представлені на Конкурс публікації даної роботи одноосібні без співавторів.**



# Видання, у яких опубліковані статті, включені до циклу праць





**ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!**